



Chapitre 2 :
La forme de la terre

ACTIVITE 4 : Mesure du rayon de la Terre

CORRECTION

OBJECTIFS

- Historiquement, des méthodes géométriques ont permis de calculer la longueur d'un méridien à partir de mesures d'angles ou de longueurs : méthode d'Ératosthène et principe de triangulation plane de Delambre et Méchain.
- Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Ératosthène

Au III^{ème} siècle avant J.-C., la majorité des savants de l'Antiquité pensaient déjà que la Terre était sphérique.

Dans cette hypothèse, l'astronome et mathématicien grec Ératosthène propose une méthode géométrique pour estimer le rayon de la Terre.

Comment ai-je fait pour calculer le rayon de la Terre 300 ans avant JC ?

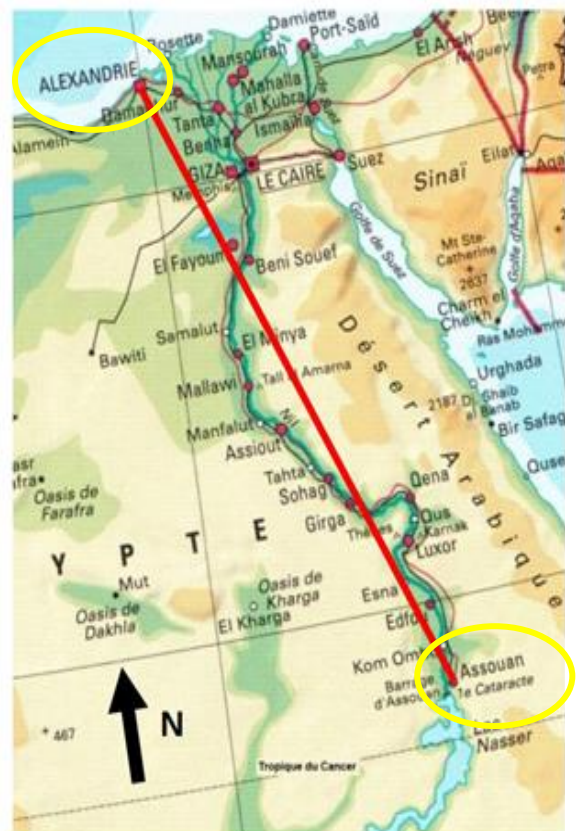


DOCUMENTS

DOC 1 : Les observations d'Eratosthène (279-194 avant J.C)

Ératosthène sait qu'à Syène (aujourd'hui Assouan en Égypte), à midi le jour du solstice d'été, les rayons solaires tombent verticalement par rapport au sol, de telle façon qu'ils éclairent le fond d'un puits. Au même moment à Alexandrie, ville située plus au nord et à la même longitude, le Soleil n'est déjà plus au zénith puisque les objets projettent des ombres. En mesurant la longueur de l'ombre d'un gnomon (un bâton planté verticalement qui permet d'observer l'ombre qui se déplace au cours de la journée et peut donc servir d'horloge), Ératosthène trouve un angle de 1/50^{ème} de cercle entre les rayons du soleil et la verticale du lieu (Alexandrie).

Ératosthène a fait aussi l'hypothèse que, le Soleil étant très éloigné de la Terre, ses rayons arrivent sur la Terre quasiment parallèles entre eux.



DOC 2 : DISTANCE ALEXANDRIE - ASSOUAN

La légende raconte qu'Ératosthène a déterminé la distance Syène-Alexandrie en comptant les pas réguliers de dromadaires :

les dromadaires partant de Syène mettaient 50 jours pour arriver à Alexandrie, en parcourant 100 stades égyptiens par jour.



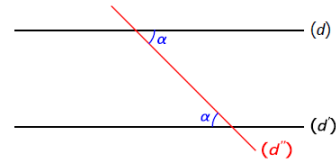
La longueur d'un stade égyptien (unité de distance en usage à l'époque d'Ératosthène) est de 157,5 m.

<https://www.youtube.com/watch?v=ZvnQoONgYZg>



DOC 3 OUTIL MATHEMATIQUE

Si deux droites parallèles (d) et (d') sont coupées par une sécante (d''), alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure (α).



DOC 4 : LONGITUDE - LATITUDE



DOC 5 : Incertitude absolue et incertitude relative

Soit $R_{\text{estimé}}$ la valeur du rayon de la Terre connue aujourd'hui.

Soit $R_{\text{calculé}}$ la valeur du rayon de la Terre calculée par Eratosthène.

Incertitude absolue : $\Delta R = |R_{\text{estimé}} - R_{\text{calculé}}|$

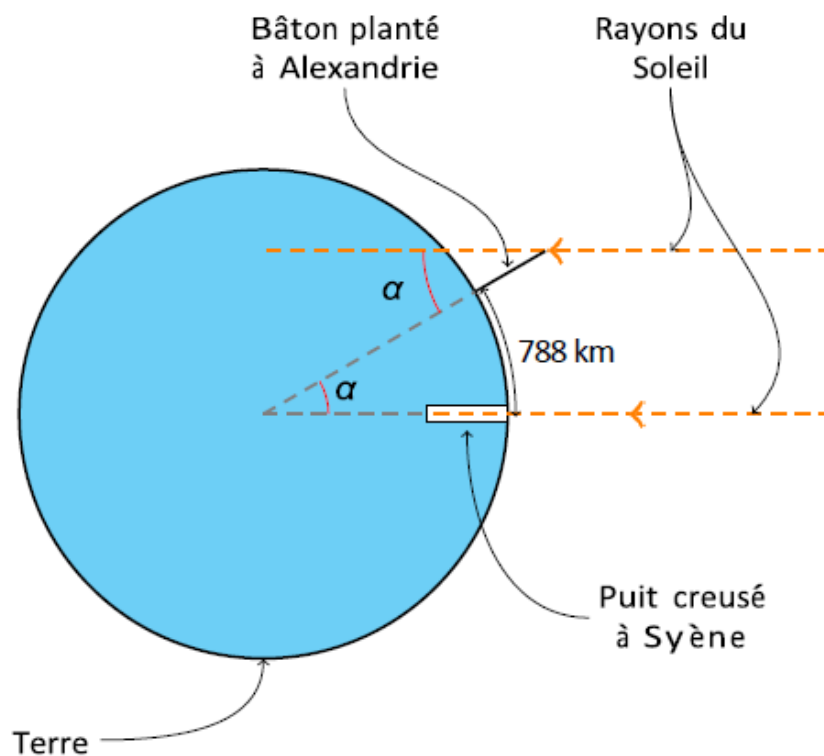
Incertitude relative : $\frac{\Delta R}{R_{\text{estimé}}} \times 100$

QUESTIONS

1 **Compléter** le schéma suivant expliquant la géométrie de l'expérience réalisée par Eratosthène.

Pour cela :

- ☐ Repérer Alexandrie en plaçant la lettre A
- ☐ Repérer Syène en plaçant la lettre S
- ☐ Surligner en couleur la distance entre A et S
- ☐ Tracer un rayon du Soleil éclairant le fond du puits à Syène
- ☐ Tracer un deuxième rayon de Soleil parallèle au premier arrivant sur la pointe du bâton à Alexandrie
- ☐ L'angle entre le bâton et un rayon de soleil est noté α . Placer α
- ☐ Mettre en évidence le deuxième angle égale à α



2 **Citer** les deux hypothèses formulées par Ératosthène pour mener son raisonnement.

Les hypothèses émises par Ératosthène sont:

- Les rayons du Soleil arrivent sur Terre parallèlement;
- Syène et Alexandrie se trouvent sur la même longitude.

3 **Calculer** la valeur en km de la distance entre Syène et Alexandrie (que nous avons surligné sur le schéma).

Pour cela **compléter** :

Les dromadaires partant de Syène mettaient **50** jours pour arriver à Alexandrie en parcourant 100 stades égyptiens par jour.

Ils parcouraient donc une distance totale en stades de : **$d = 100 \times 50 = 5000$ stades.**

Or 1 stade = **157,5 m**

donc **$d = 5000 \times 157,5 = 787500 \text{ m} \approx 788 \text{ km}$.**

4 **Relever** dans le DOC1 la valeur de l'angle α trouvée par Eratosthène entre le gnomon et son ombre :

$\alpha = \mathbf{1/50}$ du cercle

5 **Calculer** la valeur de cet angle en degrés.

$\alpha = \mathbf{7,2^\circ}$

6 **Donner** la distance en km parcourue sur Terre correspond à cet angle

788 km

7 En **déduire** la valeur de la circonférence de la Terre notée L en complétant le tableau ci-dessous

ANGLE EN DEGRES	DISTANCE EN km
$\alpha = 1/50 \times 360 = 7,2^\circ$	788 km
360°	L = ?

$$\mathbf{L = 360 \times 787,5 / 7,2 = 39\,375 \text{ km}}$$

8	En déduire par un calcul le rayon noté R de la Terre $L = 2 \pi \times R$ $R = L / 2\pi$ $= 39375 / 2\pi$ $= 6271 \text{ km}$
9	En utilisant le DOC 5 comparer la valeur trouvée précédemment à celle estimée aujourd'hui à environ $R_{\text{estimé}} = 6\,371 \text{ km}$. Incertitude absolue : $\Delta R = R_{\text{estimé}} - R_{\text{calculé}} = 6\,371 - 6267 = 104 \text{ km}$ Incertitude relative : $\frac{\Delta R}{R_{\text{estimé}}} \times 100 = \frac{104}{6371} \times 100 = 1,6\%$
10	Commenter en effectuant un calcul d'incertitude relative sur la mesure obtenue Erreur faible La valeur du rayon trouvée précédemment est proche des mesures actuelles (1,6% d'erreur) ce qui est extraordinaire pour l'époque.
11	Le DOC 1 cite "Au même moment à Alexandrie, ville située plus au nord et à la même longitude". Vérifier l'exactitude de cette information à l'aide de la carte du DOC 1 et conclure sur l'erreur faite par Eratosthène D'après la carte du document, Alexandrie et Syène ne sont pas sur la même longitude (trait fin gris), ce qui peut expliquer qu'Eratosthène n'ait pas pu mesurer exactement la valeur de la circonférence de la Terre.

CONCLUSION EN IMAGE

